



Ensino Fundamental Matemática

SUMÁRIO

1. Conjunto dos números Naturais N	2
-Múltiplos, Divisores	2
-Números Primos:decomposição	2
-Mínimo Múltiplo Comum-MMC	2
-Operações	3
2. Expressões Numéricas	5
3. Conjunto dos Números Inteiros Z	6
-Operações	6
4. Conjunto dos Números Racionais Q	8
-Simplificação	8
-Operações	8
-Equivalência	9
5.Números decimais	10
-Operações	10
-Fração decimal	11
-Notação Científica	11
6. Conjunto dos Números Reais R	12
-Operações com intervalos	12
7. Equação do 1º Grau	13
8. Equação do 2º Grau	16
9. Razão e Proporção	23
10. Regra de Três Simples	25
11. Porcentagem	28
12. Juro Simples	30
13. Medidas de superfície, massa, tempo	33
17. Teorema de Pitágoras	47
18. Ângulos	51
19. Polígonos -Áreas e Perímetros	55

Material organizado pelo grupo de professores do NEEJA Vicente Scherer.



Conjunto dos Números Naturais

São aqueles números que aparecem naturalmente ao longo de um processo de contagem.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$N^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ O sinal * significa que o zero foi excluído do conjunto.

Números Pares: números terminados por 0, 2, 4, 6 e 8.

Números Impares: números terminados por 1, 3, 5, 7 e 9.

Números Primos: números divisíveis somente por 1 ou ele próprio.

São eles 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,...

Observações:

- Todo número natural tem um **sucessor** (é o que vem depois)
- Todo número natural tem um **antecessor** (é o que vem antes), com exceção do zero.
- Um número natural e o seu sucessor são chamados números **consecutivos**.
Ex: 7 e 8 são consecutivos 15 e 16 são consecutivos
- Números compostos: Todo número que tem mais de dois divisores.
Ex: 6 é divisível por 1, 2, 3 e 6
15 é divisível por 1, 3, 5 e 15

DIVISIBILIDADE

- Por 2 → quando o número é par. Ex: 4, 10, 210
- Por 3 → quando a soma dos algarismos for divisível por 3. Ex: 15, 33, 45, 243
- Por 5 → quando terminar por 0 ou 5. Ex: 20, 55, 110, 2345
- Por 10 → quando terminar em 0. Ex: 20, 230

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Fatorar

24		90
24 2	90 2	
12 2	45 3	
6 2	15 3	
3 3	5 5	
1	1	

$$\text{Logo } 24 = 2^3 \times 3 \text{ Logo } 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

MINIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

MMC entre dois ou mais números, utilizaremos o processo de decomposição em fatores primos com todos os números em questão ao mesmo tempo.

Ex: mmc (6, 8)

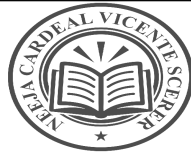
6, 8 2
3, 4 2
3, 2 2
3, 1 3
1, 1

$$\text{Logo } \text{mmc}(6, 8) = 2^3 \times 3 = 24$$

mmc (15, 20)

15, 20 2
15, 10 2
15, 5 3
5, 5 5
1, 1

$$\text{Logo } \text{mmc}(15, 20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$



Operações com Números Naturais

a) Adição

Adicionar significa somar, juntar, acrescentar.

$$\text{Ex: } 42 + 56 = 98$$

Onde: 42 e 56 são Parcelas e 98 é a Soma

$$56 + 42 = 98$$

“A ordem das parcelas não altera a soma.”

$$\text{Ex: a) } 345 + 0 = 345$$

$$\text{b) } 0 + 1030 = 1030 \text{ “Zero é o elemento Neutro da adição.”}$$

b) Subtração

Subtrair significa tirar, diminuir.

$$\text{Ex: } 38600 - 21400 = 17200$$

Onde: 38600 é o Minuendo, 21400 é o Subtraíndo e 17200 é o Resto

c) Multiplicação

Multiplicar significa adicionar parcelas iguais.

$$\text{Ex: } 6 \times 21 = 21 + 21 + 21 + 21 + 21 + 21 = 126$$

Onde: 6 e 21 são Fatores e 126 é o Produto

Casos Especiais:

Quando um dos fatores for 1, o produto será igual ao outro fator. $1 \times 7 = 7$

Quando um dos fatores for 0, o produto será igual a 0 (zero). $15 \times 0 = 0$

d) Divisão

Dividir é repartir em partes iguais.

$$\text{Ex: } 42 : 7 = 6$$

Onde: 42 é o dividendo, 7 é o divisor e 6 é o quociente

Divisão com resto

A divisão com resto é uma divisão não exata. A divisão exata é quando o resto é zero.

Ex: $42 : 5 = 8$ e sobra 2 “O resto é sempre menor que o divisor.”

e) Potenciação

Uma potência é um produto de fatores iguais.

$$\text{Ex: } 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

Onde: 2 é a base, 4 é o expoente e 16 é a potência

$$\text{Ex: } 10 \times 10 \times 10 = 10^3 \text{ (Lê-se dez elevado na terceira)}$$

f) Raiz Quadrada

“Qual é o número que elevado ao quadrado é 9?”

Existem dois: 3 e -3, porque: $3^2 = 3 \times 3 = 9$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

O número positivo 3 é chamado raiz quadrada aritmética de 9.

Indicamos: $\sqrt{9} = 3$, (lê-se raiz quadrada de 9 é igual a 3)

Anotações:



Exercícios propostos:

1) No conjunto dos números pares, qual é o sucessor de 70?

- a) 68 b) 70 c) 72 d) 71 e) 69

2) No conjunto dos números ímpares, qual é o antecessor de 213?

- a) 211 b) 214 c) 212 d) 215 e) 210

3) No último final de semana, foi registrado o seguinte movimento de carros em direção às praias do litoral de São Paulo;

Dia	Ida	Volta
Sexta	14687	6302
Sábado	34212	4825
Domingo	26104	60490

Neste final de semana, quantos carros desceram a serra em direção ao litoral?

- a) 75002 b) 7503 c) 7502 d) 71617 e) 75003

4) Mauricio nasceu em 1982. Quantos anos ele vai fazer no ano de 2020?

- a) 37 b) 38 c) 39 d) 40 e) 41

5) Numa parede revestida com pastilhas, há 60 fileiras de 120 pastilhas. Quantas pastilhas foram usadas para revestir a parede?

- a) 7000 b) 7100 c) 7200 d) 7250 e) 7650

6) Para responder a um questionário de 48 perguntas, a professora decidiu repartir os 32 alunos em grupos de 8 alunos. Todo aluno do grupo deveria responder a mesma quantidade de questões. Quantas couberem para cada aluno?

- a) duas b) três c) quatro d) cinco e) seis

7) Fatorando o número 420 em fatores primos encontramos:

- a) $2 \times 3 \times 5 \times 7$ b) $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ c) $2^2 \times 5 \times 7$ d) $2^2 \times 7$ e) 2×5

8) Qual o mmc entre os números 3, 4, e 5.

- a) 20 b) 15 c) 12 d) 50 e) 60

9) Quem é o maior ?

- a) 3^2 b) 2^4 c) $\sqrt{81}$ d) 5^2 e) $\sqrt{100}$

10) Maria quer comprar uma bicicleta que custa R\$ 594,00. É preciso dar R\$ 58,00 de entrada e pagar o restante em 8 prestações mensais iguais, sem nenhum acréscimo. Qual o valor de cada prestação?

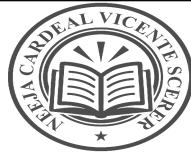
- a) R\$ 57,00 b) R\$ 65,00 c) R\$ 67,00 d) R\$ 68,00 e) R\$ 60,00

11) Um copo cheio de água pesa 325 gramas. Se jogarmos metade de água fora, seu peso cai para 180 gramas. O peso do copo vazio é:

- a) 20 g b) 25 g c) 35 g d) 145 g e) 72,5 g

Respostas:

- 1) C 2) A 3) E 4) B 5) C 6) E 7) B 8) E 9) D 10) C 11) C



Expressões Numéricas

Na simplificação de expressões, devemos efetuar as operações respeitando a seguinte hierarquia.

- 1º) Potenciação e Radiciação
- 2º) Multiplicação e Divisão
- 3º) Adição e Subtração

Quanto a sinalização;

- 1º) Parênteses ()
- 2º) Colchetes []
- 3º) Chaves { }

$$\begin{aligned} \text{Ex: } & 25 + \{12 + [20 - (3 \times 5)] + \sqrt{4}\} \\ & 25 + \{12 + [20 - 15] + 2\} \\ & 25 + \{12 + 5 + 2\} \\ & 25 + 19 = 44 \end{aligned}$$

Exercícios Propostos

1) O quadrado de nove menos a raiz quadrada de 9 é igual a:
a) 70 b) 71 c) 78 d) 74 e) 75

- 2) Calcule o valor das expressões;
- a) $74 + \{10 - [5 - (6 - 4) + 11]\}$
 - b) $25 - [10 - (2 \times 3 + 1)]$
 - c) $180 : \{10 + 2 \times [20 - 45 : (13 - 2 \times 5)]\}$

Respostas 1) C 2) a) 70 b) 22 c) 9

Conjuntos dos Números Inteiros (Z)

Conhecemos os números Naturais (0, 1, 2, 3,...) vejamos alguns exemplos do cotidiano onde esses números não são suficientes para representar as situações reais.

1º Exemplo; Quando dizemos que determinado fato ocorreu no ano 356, ficamos sem saber se antes ou depois de Cristo. Utilizamos então **a. C**(antes de Cristo) ou **d.C**(depois de Cristo)

356 **a. C**: antes do nascimento de Cristo

356 **d. C**: depois de Cristo

2º Exemplo: Quando dizemos que a temperatura ambiente de uma cidade, é de 2º Celsius, com isso não identificamos se esta temperatura está acima de zero ou abaixo de zero.

Para representar a situação acima, podemos utilizar os símbolos + e -.assim teremos:

+2º C, representa 2º C positivos ou 2º C acima de zero

-2º C, representa 2º C negativos ou 2º C abaixo de zero

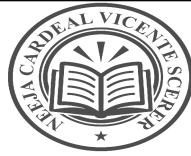
Conjunto dos Inteiros.

É formado por todos os números naturais e por seus respectivos opostos.

$$Z = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$Z^+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \text{(conjunto dos números inteiros não-negativos)}$$

$$Z^- = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \text{(conjunto dos números inteiros não-positivos)}$$



OBS: Números Opostos: é o mesmo número com o sinal contrário.
Um número somado com seu oposto resulta o elemento zero.

$$\begin{aligned} \text{Ex: } 5 \text{ é o oposto de } -5 & \quad 5 + (-5) = 0 \\ -3 \text{ é o oposto de } 3 & \quad -3 + 3 = 0 \end{aligned}$$

Operações com números Inteiros:

a) Adição e Subtração

Regras de sinais:

SINAIS IGUAIS: Soma-se os números e conserva-se o sinal.

$$\begin{aligned} \text{Ex: } 7 + 5 &= 12 \\ -4 - 7 &= -11 \end{aligned}$$

SINAIS DIFERENTES: Diminuem-se os números e conserva-se o sinal do número de maior valor absoluto.

$$\begin{aligned} \text{Ex: } 10 - 7 &= 3 \\ 16 - 20 &= -4 \end{aligned}$$

b) Multiplicação e Divisão

Regras de sinal:

SINAIS IGUAIS o resultado é POSITIVO.

SINAIS DIFERENTES o resultado é NEGATIVO.

$$\begin{aligned} \text{Ex: } (+6) \times (+7) &= +42 \\ (-4) \times (+3) &= -12 \\ (-5) \times (-4) &= +20 \\ (-20) : (-5) &= +4 \\ (-30) : (+6) &= -5 \end{aligned}$$

c) Potenciação

Dado o número inteiro "a" qualquer e o inteiro "n", diz que "a potência n" é o produto de a por a n vezes.

$$\begin{aligned} a^n &= a \cdot a \cdot a \dots a \\ &\text{n vezes} \end{aligned}$$

Regras de Sinais:

a) Base POSITIVA em qualquer expoente dá uma potência POSITIVA.

b) Base NEGATIVA

Expoente PAR, potência Positiva.

Expoente IMPAR, potência Negativa.

$$\begin{aligned} \text{Ex: } (+3)^3 &= (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = +27 \\ (+2)^4 &= (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +16 \\ (-2)^2 &= (-2) \cdot (-2) = +4 \\ (-3)^3 &= (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27 \end{aligned}$$

c) Radiciação

Raiz é aquele número que elevado no índice resulta no radicando.

$$\sqrt[n]{a} = x \quad x^n = a$$

Algumas raízes Importantes:

$$\begin{aligned} \sqrt{0} &= 0 & \sqrt{1} &= 1 & \sqrt{4} &= 2 & \sqrt{9} &= 3 & \sqrt{16} &= 4 & \sqrt{25} &= 5 \\ \sqrt{36} &= 6 & \sqrt{49} &= 7 & \sqrt{64} &= 8 & \sqrt{81} &= 9 & \sqrt{100} &= 10 \\ \sqrt{121} &= 11 & \sqrt{144} &= 12 & \sqrt{169} &= 13 & \sqrt{196} &= 14 \end{aligned}$$

OBS: Se o radicando for negativo com índice par, não existe raiz.



Módulo ou valor absoluto de um número inteiro

Dado um número inteiro, o seu módulo é a distância, medida na reta numérica, entre o ponto onde ele está situado e o ponto onde está situado o 0.

Assim, o módulo de -3 e 3 .

Escrevemos: $|-3| = 3$

Exercícios Propostos:

1) A temperatura num freezer era de -15°C . Faltou energia e a temperatura subiu 6°C . A que temperatura se encontra agora o freezer?

- a) 21°C b) -21°C c) 9°C d) -9°C e) 6°C

2) Qual a expressão que tem como valor -10

- a) $80+20-60-10$ b) $30-10-10+20$
c) $10-10+10-20$ d) $-10-30+20+50$
e) $30-50+60-10$

3) $(-5) \times (-7) =$

- a) 35 b) -30 c) -35 d) 40 e) -40

4) O dobro de quatro menos dois ao cubo é igual a:

- a) zero b) -8 c) -16 d) 16 e) 6

5) O oposto de 4 e de -9 é igual respectivamente:

- a) 4 e 9 b) -4 e 9 c) 4 e 9 d) 1 e 2 e) 5 e -10

6) Qual o módulo de $|-6|$ e $|8|$, respectivamente:

- a) 6 e -8 b) 6 e 8 c) 7 e 9 d) -6 e -8 e) 5 e 7

7) Calcule o valor da expressão: $(-4)^2 - 4^2$ é igual a:

- a) 0 b) 16 c) 32 d) -16 e) -32

Respostas: 1) D 2) C 3) A 4) A 5) B 6) B 7) A

Conjunto dos Números Racionais (Q)

São todos aqueles números que podem ser escritos como uma divisão de dois números inteiros.

$Q = \left\{ \frac{p}{q}, \text{ tal que } p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^* \right\}$

OBS: O conjunto dos números Racionais contém o conjunto dos números Inteiros e conseqüentemente contém o conjunto dos números Naturais.

Operações:

a) Adição e subtração

Ex:

$$1) \frac{3}{2} + \frac{4}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$2) \frac{3}{8} + \frac{1}{12} = \frac{9}{24} + \frac{2}{24} = \frac{11}{24}$$

$$\text{mmc}(8, 12) = 24$$

$$\frac{1}{4} - \frac{17}{10} = \frac{5}{20} - \frac{34}{20} = -\frac{29}{20}$$

$$\text{mmc}(4, 10) = 20$$



b) Multiplicação

Na multiplicação, multiplicam-se os numeradores e denominadores entre si.

$$\text{Ex: } \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$

c) Divisão

Na divisão copiamos a primeira fração e multiplicamos pela segunda fração invertida.

$$\text{Ex: } \frac{3}{5} : \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$$

Fração Inversa

É simplesmente trocar o numerador pelo denominador.

$$\text{Ex: } \frac{4}{5} \text{ é inverso de } \frac{5}{4}$$

$$3 \text{ é inverso de } \frac{1}{3}$$

Simplificação de frações

Simplificar uma fração consiste em reduzir o numerador e o denominador através da divisão pelo máximo divisor comum aos dois números. Uma fração está totalmente simplificada quando verificamos que seus termos estão totalmente reduzidos a números que não possuem termos divisíveis entre si. Uma fração simplificada sofre alteração do numerador e do denominador, mas seu valor matemático não é alterado, pois a fração quando tem seus termos reduzidos se torna uma fração equivalente. A fração $\frac{8}{16}$ possui as seguintes frações equivalentes: $\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Elas são formadas por elementos diferentes, mas todas possuem o mesmo valor proporcional. Nesse exemplo, temos que a fração $\frac{1}{2}$ é a fração irredutível de $\frac{8}{16}$.

Simplificar uma fração consiste em dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número. Você pode simplificar uma fração por partes, veja:

$$\frac{24}{36} \Rightarrow \frac{24:2}{36:2} = \frac{12}{18} \Rightarrow \frac{12:2}{18:2} = \frac{6}{9} \Rightarrow \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$$

Frações Equivalentes

É quando multiplicamos ou dividimos o numerador e denominador pelo mesmo número.

$$\text{Ex: } \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

O numerador e denominador foram multiplicados por 2. Logo $\frac{2}{3}$ é equivalente a $\frac{6}{9}$

$$\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

O numerador e denominador divididos por 3. Logo $\frac{12}{9}$ é equivalente a $\frac{4}{3}$

Dízima Periódica é um número racional, pois pode ser escrito na forma de uma fração.

$$\text{Ex: } 0,222... = \frac{2}{9} \quad 0,131313... = \frac{13}{99} \quad 0,431431... = \frac{431}{999}$$

Devemos colocar um nove no denominador para cada dígito que repetirá.

Exercícios Propostas

1) Simplificando a fração $\frac{144}{108}$, obtemos:

$$\text{a) } \frac{3}{4} \text{ b) } \frac{4}{3} \text{ c) } \frac{2}{3} \text{ d) } \frac{3}{2} \text{ e) } 3$$



2) A fração equivalente a $\frac{12}{13}$ cujo denominador é 26, tem a soma dos termos igual a:
a) 50 b) 62 c) 74 d) 86 e) 90

3) Carlos leu 10 páginas de um gibi e João leu 28 páginas de um livro. Desse modo, Carlos leu $\frac{2}{5}$ e João leu $\frac{4}{5}$ do livro. Quantas páginas tem o gibi de Carlos e o livro de João, respectivamente?
a) 26 e 36 b) 15 e 20 c) 20 e 15 d) 35 e 25 e) 25 e 35

4) Efetue as adições algébricas:

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$ b) $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} =$ c) $\frac{3}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

5) Multiplicando $(\frac{5}{6}) \times (-\frac{2}{3})$, obtemos:

a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{9}{5}$ c) 9 d) -5 e) $\frac{5}{9}$

6) Calcule a divisão: $\frac{2}{3} : \frac{5}{4}$

a) $\frac{8}{15}$ b) $-\frac{8}{15}$ c) 8 d) 15 e) $\frac{10}{12}$

7) Calcule a potência $(\frac{4}{3})^2$:

a) $\frac{9}{16}$ b) $-\frac{9}{16}$ c) $\frac{16}{9}$ d) $-\frac{16}{9}$ e) 16

8) Calcule a raiz $\sqrt{\frac{16}{49}}$

a) 4 b) 7 c) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{7}{4}$ e) $\frac{3}{5}$

9) Transforme as dízimas periódicas em frações: 0,66666... e 0,54545454..., respectivamente:

a) $\frac{66}{99} e \frac{54}{9}$ b) $\frac{6}{9} e \frac{54}{99}$ c) $\frac{9}{6} e \frac{54}{99}$ d) $\frac{6}{99} e \frac{99}{54}$ e) $\frac{9}{6} e \frac{99}{54}$

Respostas

1) B 2) A 3) E 4) a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{17}{20}$ 5) E 6) A 7) C 8) C 9) B

Números Decimais

a) Adição e Subtração de números decimais

Para somarmos números racionais na forma decimal devemos coloca um sobre o outro, vírgula sobre vírgula e somar os elementos de mesma ordem.

Ex: $134,7 + 61,2 =$ $2,741 + 31,4 =$
 $\begin{array}{r} 134,7 \\ +61,2 \\ \hline 195,9 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2,741 \\ + 31,400 \\ \hline 34,141 \end{array}$

Para subtrairmos números racionais na forma decimal devemos colocar o maior em cima e o menor em baixo e atribuir o sinal do maior deles (lembre-se de completar com zeros após a vírgula)

Ex: $13,46 - 9,1 =$ $23,67 - 40,3 =$
 $\begin{array}{r} 13,46 \\ -9,10 \\ \hline 4,36 \end{array}$ $\begin{array}{r} 23,67 \\ -40,30 \\ \hline \end{array}$



b) Multiplicação de números decimais

Multiplica-se sem observar a vírgula e ao final contam-se as casas após a vírgula e coloca-se no produto.

$$\begin{array}{r} \text{Ex: } 2,4 \\ \times 3 \\ \hline 7,2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,413 \\ \times 5 \\ \hline 2,065 \end{array}$$

312 40
-280 7,8
1410 320
-1400 -320
1000 0
-1000
0

31,2: 4 =

341200 312 40
-2001,705
1410 320
-1400 -320
1000 0
-1000
0

31,2: 4 =

c) Divisão de números decimais

Devemos "emparelhar" as casas após a vírgula e após retirá-la, ficando apenas com números naturais o que facilita a resolução.

Ex: 3,41: 2 = 31,2: 4 =

Transformação de números decimais em frações decimais

Observe os seguintes números decimais:

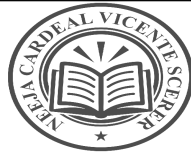
- 0,8 (lê-se "oito décimos"), ou seja, $\frac{8}{10}$.
- 0,65 (lê-se "sessenta e cinco centésimos"), ou seja, $\frac{65}{100}$.
- 5,36 (lê-se "quinhentos e trinta e seis centésimos"), ou seja, $\frac{536}{100}$.
- 0,047 (lê-se "quarenta e sete milésimos"), ou seja, $\frac{47}{1000}$.

Verifique então que:

$0,8 = \frac{8}{10}$ <p>uma casa decimal um zero</p>	$0,65 = \frac{65}{100}$ <p>duas casas decimais dois zeros decimais</p>
$5,36 = \frac{536}{100}$ <p>duas casas decimais dois zeros decimais</p>	$0,047 = \frac{47}{1000}$ <p>três casas decimais três zeros decimais</p>

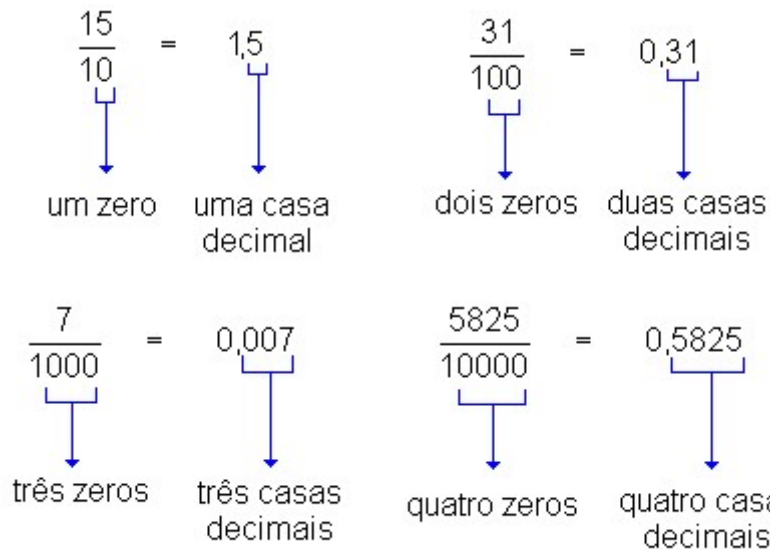
Assim:

Um número decimal é igual à fração que se obtém escrevendo para numerador o número sem vírgula e dando para denominador a unidade seguida de tantos zeros quantas forem as casas decimais.



Transformação de fração decimal em número decimal

Observe as igualdades entre frações decimais e números decimais a seguir:



Podemos concluir, então, que:

Para se transformar uma fração decimal em número decimal, basta dar ao numerador tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

Notação Científica

Notação Científica é a representação de um número racional em potência de 10, sendo que só pode haver um algarismo na parte inteira do número.

$b = a \cdot 10^n$ onde b = forma decimal

10^n = notação científica

$$243 = 2,43 \times 10^2$$

$$11024 = 1,024 \times 10^3$$

$$240000 = 2,4 \times 10^5$$

n é positivo e é igual ao número de algarismos da parte inteira menos uma unidade.

$$0,0012 = 1,2 \times 10^{-3}$$

$$10,24 = 2,4 \times 10^{-1}$$

$$0,000203 = 2,03 \times 10^{-4}$$

Exercícios Propostos

1) Transforme os números decimais 0,4; 68,37 e 7,016 em frações decimais respectivamente:

a) $\frac{4}{100}, \frac{6837}{100}, \frac{7016}{1000}$ b) $\frac{4}{10}, \frac{6837}{100}, \frac{7016}{1000}$ c) $\frac{10}{4}, \frac{100}{6837}, \frac{1000}{7016}$

2) Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas igualdades:

a) $7,3 = \frac{73}{10}$ () b) $\frac{123}{100} = 12,3$ () c) $0,04 = \frac{4}{10}$ ()

3) Calcule as operações:

a) $0,8 + 0,5$ b) $6 + 0,013$ c) $0,3 + 15,34 + 0,001$

d) $8,2 - 1,7$ e) $3 - 0,899$ f) $2,1 - 1,8 + 1,13$



4) Efetue as multiplicações;

- a) $2 \times 1,7$ b) $14,5 \times 0,5$ c) $5 \times 0,24 \times 0,1$

5) Efetue as divisões:

- a) $38,6:2$ b) $7,6:1,9$ c) $3,84:10$

- d) $275,4:100$ e) $0,07:10$ f) $84,34:100$

6) Transforme os números decimais em notação científica:

- a) 0,0003 b) 4567 c) 0,564 d) 540000

Respostas

- 1) B 2) a) V b) F c) F 3) a) 1,3 b) 6,013 c) 15,641 d) 6,5 e) 2,101 f) 1,434) a) 3,4 b) 7,25 c) 0,12 5) a) 19,3 b) 4 c) 0,384 d) 2,754 e) 0,007 f) 0,8434 6) a) $3 \cdot 10^{-4}$ b) $4,567 \cdot 10^3$ c) $5,64 \cdot 10^{-1}$ d) $5,4 \cdot 10^5$

Conjunto dos Números Reais

O conjunto dos números reais é formado pela união dos racionais com os irracionais.

$Q \cup I = R$

Lembre-se: Número Irracional é todo número cuja representação decimal é formada por uma infinidade de algarismos que não forma períodos.

Todas as raízes que não são exatas são números irracionais.

Ex: $3,87654\dots$, $\pi = 3,1416\dots$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

Relação de ordem no conjunto R

Intervalo

Se a e b são números reais, com $a < b$, são denominados intervalo os seguintes subconjuntos de R.

$\{x \in R / a < x < b\}$ ou (a, b)

$\{x \in R / a \leq x \leq b\}$ ou $[a, b]$

Ex: $A = \{x \in R / -2 < x \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$

$B = \{x \in R / 4 \leq x \leq 9\} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Operações:

a) União (\cup)

Entra todos os elementos dos conjuntos.

$A = \{x \in R / 1 < x < 7\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$B = \{x \in R / -1 \leq x < 3\} = \{-1, 0, 1, 2\}$

$A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b) Intersecção (\cap)

Só entra os elementos comuns aos conjuntos dado.

$A = \{x \in R / 2 < x \leq 5\} = \{3, 4, 5\}$

$B = \{x \in R / 1 \leq x < 4\} = \{1, 2, 3\}$

$A \cap B = \{3\}$

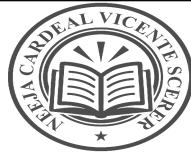
Exercícios Propostos

1) Enumere os seguintes conjuntos;

a) $A = \{x \in R / -2 \leq x < 3\}$

b) $B = \{x \in R / 2 \leq x \leq 6\}$

c) $C = \{x \in R / 1 \leq x < 4\}$



2) Dados os conjuntos, $A = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x \leq 5\}$; calcule $A \cup B$ e $A \cap B$, respectivamente:

Respostas

1) a) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ b) $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ c) $\{1, 2, 3\}$ 2) $\{-1, 0, 2, 3, 4, 5\}$ e $\{1\}$

EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

Utilizamos uma equação para calcular o valor de um termo desconhecido que será representado por uma letra, cuja representação mais usual se dá por x , y e z . As equações possuem sinais operatórios como, adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação e igualdade. O sinal de igualdade divide a equação em dois membros, os quais são compostos de elementos constituídos por dois tipos:

Elemento de valor constante: representado por valores numéricos.

Elemento de valor variável: representado pela união de números e letras.

Observe exemplos de equações do 1º grau com uma incógnita:

$$x + 1 = 6$$

$$2x + 7 = 18$$

$$4x + 1 = 3x - 9$$

$$10x + 60 = 12x + 52$$

Para resolver uma equação, precisamos conhecer algumas técnicas matemáticas. Vamos, por meio de resoluções comentadas, demonstrar essas técnicas.

Exemplo 1: $4x + 2 = 8 - 2x$

Em uma equação, devemos separar os elementos variáveis dos elementos constantes. Para isso, vamos colocar os elementos semelhantes em lados diferentes do sinal de igualdade, invertendo o sinal dos termos que mudarem de lado.

Veja: $4x + 2x = 8 - 2$

Agora aplicamos as operações indicadas entre os termos semelhantes.

$$6x = 6$$

O coeficiente numérico da letra x do 1º membro deve passar para o outro lado, dividindo o elemento pertencente ao 2º membro da equação. Observe:

$$x = 6 / 6$$

$$x = 1$$

Portanto, o valor de x que satisfaz à equação é igual a 1. A verificação pode ser feita substituindo o valor de x na equação, observe:

$$4x + 2 = 8 - 2x$$

$$4 * 1 + 2 = 8 - 2 * 1$$

$$4 + 2 = 8 - 2$$

$$6 = 6 \rightarrow \text{sentença verdadeira}$$

Todas as equações, de uma forma geral, podem ser resolvidas dessa maneira.

Exemplo 2:

$$10x - 9 = 21 + 2x + 3x$$

$$10x - 2x - 3x = 21 + 9$$

$$10x - 5x = 30$$

$$5x = 30$$

$$x = 30/5$$

$$x = 6$$

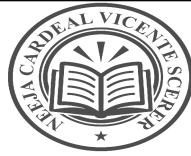
Verificando:

$$10x - 9 = 21 + 2x + 3x$$

$$10 * 6 - 9 = 21 + 2 * 6 + 3 * 6$$

$$60 - 9 = 21 + 12 + 18$$

$$51 = 51 \rightarrow \text{sentença verdadeira}$$



O valor numérico de x que satisfaz à equação é 6.

Exemplo 3:

$$3x - 2x + 10 = 10 + 5x - 40$$

$$3x - 2x - 5x = 10 - 40 - 10$$

$$3x - 7x = -40$$

$$-4x = -40$$

Nos casos em que a parte da variável se encontra negativa, precisamos multiplicar os membros por -1 .

$$-4x = -40 * (-1)$$

$$4x = 40$$

$$x = 40/4$$

$$x = 10$$

PROBLEMAS DO PRIMEIRO GRAU

1. EQUACIONANDO PROBLEMAS:

Uma das aplicações de grande importância das equações está na resolução de problemas. As equações exprimem em linguagem matemática os enunciados de muitos problemas.

Equacionar é "traduzir".

Na resolução de problemas, você deve:

- A) Representar a incógnita do problema por uma letra.
- B) Armar a equação do problema.
- C) Resolver a equação.
- D) Verificar se a solução satisfaz as condições do problema.

Ex1: O dobro de um número somado com 3 é igual a 17. Qual é esse número?

Solução:

$$\begin{cases} \text{Número} \Rightarrow x & 2x + 3 = 17 \\ \text{Dobro} \Rightarrow 2x & 2x = 17 - 3 \\ \text{Equação} \Rightarrow 2x + 3 = 17 & 2x = 14 \Rightarrow x = 7 \end{cases}$$

O número procurado é 7.

Exercícios Propostos.

1) Resolva as seguintes equações do 1º grau, sendo $U = \mathbb{R}$.

a) $x + 5 = 8$

b) $x - 7 = -7$

c) $3x = 12$

d) $\frac{x}{5} = 2$

e) $3x - 4 = 2x + 8$

f) $7x - 2 = 10 = + 5x$

g) $4(x + 3) = 1$

h) $5(2x - 4) = 7(x + 1) - 3$

i) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 15$

j) $\frac{x-1}{4} - \frac{x-3}{6} = 3$



2) Resolva os problemas:

- O triplo de um número, diminuído de 12, é igual a 33. Qual é esse número?
- Um número somado com seu dobro é igual a 21. Qual é esse número?
- O quádruplo de um número, diminuído de 10, é igual ao dobro desse número, aumentado de 2. Qual é esse número?
- Num estacionamento há motos e carros, totalizando 78. O número de carros é igual a cinco vezes o de motos. Quantas motos há no estacionamento?
- Um número somado com sua quarta parte é igual a 80. Qual é esse número?
- Flavia e Silvia têm juntas 21 anos. A idade de Silvia é $\frac{3}{4}$ da idade de Flavia. Qual a idade de cada uma?
- A diferença entre os $\frac{2}{3}$ de um número e sua metade é igual a 6. Qual é esse número?

Respostas

- 1) a) 3 b) 0 c) 4 d) 10 e) 12 f) $6g) -\frac{11}{4}h) 8$ i) 18 j) 33
2) a) 15 b) 7 c) 6 d) 13 e) 64 f) 12 e 9 g) 36

Anotações:

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Uma equação do segundo grau possui uma incógnita de expoente 2. O método de Bhaskara é uma opção para encontrar os resultados desse tipo de equação.

Uma **equação** é uma expressão matemática que possui em sua composição incógnitas, coeficientes, expoentes e um sinal de igualdade. As equações são caracterizadas de acordo com o maior expoente de uma das incógnitas.

Veja:

- $2x + 1 = 0$.** O expoente da incógnita x é igual a 1. Dessa forma, essa equação é classificada como do 1º grau.
- $2x^2 + 2x + 6 = 0$.** Há duas incógnitas x nessa equação, e uma delas possui expoente 2. Essa equação é classificada como do **2º grau**.
- $x^3 - x^2 + 2x - 4 = 0$.** Nesse caso, temos três incógnitas x , e o maior expoente no caso, expoente 3 torna a equação como do 3º grau.

O que são raízes ou soluções de uma equação do 2º grau?

Cada modelo de equação possui uma forma de resolução. Trabalharemos a forma de resolução de uma **equação do 2º grau** por meio do método de Bhaskara. Determinar a solução de uma equação é o mesmo que descobrir suas raízes, isto é, o valor ou os valores que satisfazem a equação. As raízes da equação do 2º grau $x^2 - 10x + 24 = 0$, por exemplo, são $x = 4$ ou $x = 6$, pois:

Substituindo $x = 4$ na equação, temos:

$$\begin{aligned}x^2 - 10x + 24 &= 0 \\4^2 - 10 \cdot 4 + 24 &= 0 \\16 - 40 + 24 &= 0 \\-24 + 24 &= 0 \\0 &= 0 \text{ (verdadeiro)}\end{aligned}$$



Substituindo $x = 6$ na equação, temos:

$$\begin{aligned}x^2 - 10x + 24 &= 0 \\6^2 - 10 \cdot 6 + 24 &= 0 \\36 - 60 + 24 &= 0 \\-24 + 24 &= 0 \\0 &= 0 \text{ (verdadeiro)}\end{aligned}$$

Podemos verificar que os dois valores satisfazem a equação, mas como podemos determinar os valores que tornam a equação uma sentença verdadeira? É essa forma de determinar os valores desconhecidos que abordaremos a seguir.

Método de Bhaskara

Vamos determinar pelo método resolutivo de Bhaskara os valores da seguinte equação do 2º grau: $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Uma equação do 2º grau possui a seguinte lei de formação:
 $ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b e c são os coeficientes.

Portanto, os coeficientes da equação $x^2 - 2x - 3 = 0$ são $a = 1$, $b = -2$ e $c = -3$.

Na fórmula de Bhaskara, utilizaremos somente os coeficientes.

Veja:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

1º passo: determinar o valor do discriminante ou delta (Δ)

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ \Delta &= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \\ \Delta &= 4 + 12 \\ \Delta &= 16\end{aligned}$$

2º passo:

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \\ x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \\ x &= \frac{2 \pm 4}{2} \\ x' &= \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x'' &= \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1\end{aligned}$$

Os resultados são $x' = 3$ e $x'' = -1$.

Exemplo: Determinar a solução da seguinte equação do 2º grau: $x^2 + 8x + 16 = 0$.

Os coeficientes são: $a = 1$

$$\begin{aligned}b &= 8 \\ c &= 16 \\ \Delta &= 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 \\ \Delta &= 64 - 64 \\ \Delta &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \\ x &= \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} \\ x' = x'' &= \frac{-8}{2} = -4\end{aligned}$$



Devemos observar que o valor do discriminante é igual a zero. Nesses casos, a equação possuirá somente uma solução ou raiz única.

Exemplo: Calcule o conjunto solução da equação $10x^2 + 6x + 10 = 0$, considerada de 2º grau.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ \Delta &= 6^2 - 4 \cdot 10 \cdot 10 \\ \Delta &= 36 - 400 \\ \Delta &= -364\end{aligned}$$

Nas resoluções em que o valor do discriminante é menor que zero, isto é, o número é negativo, a equação não possui raízes reais.

Exercícios Propostos:

1) Dadas as equações do 2º grau, destaque os valores de **a**, **b** e **c**:

- a) $x^2 - 4x + 8 = 0$ a _____ b _____ c _____
b) $-x^2 - x = 0$ a _____ b _____ c _____
c) $3x^2 - 1 = 0$ a _____ b _____ c _____
d) $7x^2 = 0$ a _____ b _____ c _____

2) A soma das raízes da equação $x^2 - 4 = 0$

- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) 0

3) A raiz positiva da equação $x^2 + 5x - 6 = 0$ vale:

- a) -6 b) 1 c) 5 d) 6 e) 0

4) A raiz da equação $5x^2 = 0$ é um número entre;

- a) 0 e 2 b) 1 e 3 c) 1 e -1 d) 4 e 6 e) -4 e -6

5) O quadrado de um número natural é igual ao seu dobro somado com 24. O dobro desse número menos 8 é igual a ;

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

6) Calcule as raízes das seguintes equações do 2º grau;

- a) $7x^2 + 13x - 2 = 0$
b) $-x^2 + 6x - 9 = 0$
c) $x^2 - 5x + 6 = 0$
d) $x^2 - 4x + 3 = 0$

Respostas:

- 1) a) 1, -4, 8 b) -1, -1, 0 c) 3, 0, -1 d) 7, 0, 0
2) E 3) B 4) C 5) E 6) a) -2 e 1/7 b) 3 e 3 c) 3 e 2 d) 3 e 1

Anotações:



Razões

Vamos considerar um carro de corrida com **4m** de comprimento e um kart com **2m** de comprimento. Para compararmos as medidas dos carros, basta dividir o comprimento de um deles pelo outro.

Assim: (o tamanho do carro de corrida é duas vezes o tamanho do kart).

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)$$

Podemos afirmar também que o kart tem a metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ do comprimento do carro de corrida.

A comparação entre dois números racionais, através de uma divisão, chama-se **razão**.

$$\frac{1}{2}$$

A razão $\frac{1}{2}$ pode também ser representada por 1:2 e significa que cada metro do kart corresponde a 2m do carro de corrida.

Denominamos de **razão** entre dois números a e b (b diferente de zero) o quociente $\frac{a}{b}$ ou a:b.

A palavra **razão**, vem do latim ratio, e significa "divisão". Como no exemplo anterior, são diversas as situações em que utilizamos o conceito de razão. Exemplos:

- Dos 1200 inscritos num concurso, passaram 240 candidatos.
- Razão dos candidatos aprovados nesse concurso:

(de cada 5 candidatos inscritos, 1 foi aprovado).

$$240:1200 = \frac{240}{1200} = \frac{1}{5}$$

- Para cada 100 convidados, 75 eram mulheres.
- Razão entre o número de mulheres e o número de convidados:

(de cada 4 convidados, 3 eram mulheres)

$$75:100 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Observações:

1) A razão entre dois números racionais pode ser apresentada de três formas. Exemplo:

Razão entre 1 e 4: 1:4 ou $\frac{1}{4}$ ou 0,25.

2) A razão entre dois números racionais pode ser expressa com sinal negativo, desde que seus termos tenham sinais contrários. Exemplos:

A razão entre 1 e -8 é $\frac{-1}{8}$

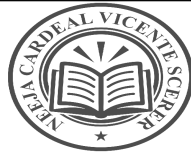
A razão entre $\frac{-1}{5}$ e $\frac{1}{4}$ é $\frac{\frac{-1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{-4}{5}$

Proporções

Rogério e Claudinho passeiam com seus cachorros. Rogério pesa 120kg, e seu cão, 40kg. Claudinho, por sua vez, pesa 48kg, e seu cão, 16kg.

Observe a razão entre o peso dos dois rapazes:

$$\frac{120\text{kg}}{48\text{kg}} = \frac{5}{2}$$



Observe, agora, a razão entre o peso dos cachorros:

$$\frac{40\text{kg}}{16\text{kg}} = \frac{5}{2}$$

:8

Verificamos que as duas razões são iguais. Nesse caso, podemos afirmar que a

igualdade $\frac{120}{48} = \frac{40}{16}$ é uma proporção. Assim: Proporção é uma igualdade entre duas razões.

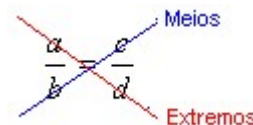
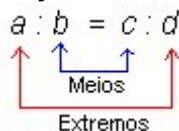
Elementos de uma proporção

Dados quatro números racionais a, b, c, d , não-nulos, nessa ordem, dizemos que eles formam uma proporção quando a razão do 1º para o 2º for igual à razão do 3º para o 4º. Assim:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a:b=c:d \text{ (lê-se "a está para b assim como c está para d")}$$

Os números a, b, c e d são os termos da proporção, sendo:

- b e c os **meios** da proporção.
- a e d os **extremos** da proporção.



$$\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$$

Dada a proporção $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$, temos: Leitura: 3 está para 4 assim como 27 está para 36. Meios: 4 e 27
Extremos: 3 e 36

Propriedade fundamental das proporções

Observe as seguintes proporções:

$$\frac{3}{4} = \frac{30}{40} \quad \text{Produto dos meios} = 4 \cdot 30 = 120$$

$$\frac{3}{4} = \frac{30}{40} \quad \text{Produto dos extremos} = 3 \cdot 40 = 120$$

$$\frac{4}{9} = \frac{20}{45} \quad \text{Produto dos meios} = 9 \cdot 20 = 180$$

$$\frac{4}{9} = \frac{20}{45} \quad \text{Produto dos extremos} = 4 \cdot 45 = 180$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Daí podemos enunciar a propriedade fundamental das proporções: Em toda proporção, "o produto dos meios é igual ao produto dos extremos".



Exercícios:

1) Num tanque de combustível há 5 litros de óleo e 25 litros de gasolina. Determinar as razões das medidas:

- a) Do óleo para gasolina
- b) Da gasolina para a mistura
- c) Do óleo para a mistura

2) Numa viagem de 150 km, um motorista percorreu 120 km. Qual a razão entre a distância não percorrida e o total do percurso?

3) A razão de 0,2 para $\frac{4}{7}$

4) Calcule x nas proporções:

a) $\frac{x}{8} = \frac{15}{24}$ b) $\frac{x-3}{4} = \frac{x}{5}$ c) $\frac{2x}{15} = \frac{6}{9}$ d) $\frac{3}{7} = \frac{60}{x}$

Respostas:

- 1) a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{5}$ 3) $\frac{7}{20}$ 4) a) 5 b) 15 c) 5 d) 140

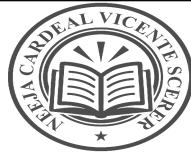
Anotações:

Regra de três simples

Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Passos utilizados numa regra de três simples:

- 1) Construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência.
- 2) Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.
- 3) Montar a proporção e resolver a equação.



Exemplos:

1) Com uma área de absorção de raios solares de $1,2\text{m}^2$, uma lancha com motor movido a energia solar consegue produzir 400 watts por hora de energia. Aumentando-se essa área para $1,5\text{m}^2$, qual será a energia produzida?

Solução: montando a tabela:

Área (m^2)	Energia (Wh)
1,2	400
1,5	x

Área	Energia
1,2	400
1,5	x

Inicialmente colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x (2ª coluna).

Observe que: **Aumentando** a área de absorção, a energia solar **aumenta**.

Como as palavras correspondem (aumentando -aumenta), podemos afirmar que as grandezas são **diretamente proporcionais**. Assim sendo, colocamos uma outra seta no mesmo sentido (para baixo) na 1ª coluna. *Montando a proporção e resolvendo a equação temos:*

Área	Energia
1,2	400
1,5	x

$$\frac{1,2}{1,5} = \frac{400}{x}$$
$$1,2x = 1,5 \cdot 400$$
$$x = \frac{1,5 \cdot 400}{1,2} = 500$$

Logo, a energia produzida será de **500 watts por hora**.

2) Um trem, deslocando-se a uma velocidade média de 400Km/h , faz um determinado percurso em 3 horas. Em quanto tempo faria esse mesmo percurso, se a velocidade utilizada fosse de 480km/h ?

Solução: montando a tabela:

Velocidade (Km/h)	Tempo (h)
400	3
480	x

Velocidade	Tempo
400	3
480	x

Inicialmente colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x (2ª coluna).

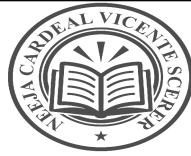
Observe que: **Aumentando** a velocidade, o tempo do percurso **diminui**.

Como as palavras são contrárias (aumentando -diminui), podemos afirmar que as grandezas são **inversamente proporcionais**. Assim sendo, colocamos uma outra seta no sentido contrário (para cima) na 1ª coluna. *Montando a proporção e resolvendo a equação temos:*

3) Bianca comprou 3 camisetas e pagou R\$120,00. Quanto ela pagaria se comprasse 5 camisetas do mesmo tipo e preço?

Solução: montando a tabela:

Camisetas	Preço (R\$)
3	120
5	x



Observe que: **Aumentando** o número de camisetas, o preço **aumenta**.
Como as palavras correspondem (aumentando -aumenta), podemos afirmar que as grandezas são **diretamente proporcionais**. *Montando a proporção e resolvendo a equação temos:*

$$\frac{3}{5} = \frac{120}{x}$$
$$3x = 5 \cdot 120$$
$$x = \frac{5 \cdot 120}{3} = 200$$

Logo, a Bianca pagaria R\$200,00 pelas 5 camisetas.

4) Uma equipe de operários, trabalhando 8 horas por dia, realizou determinada obra em 20 dias. Se o número de horas de serviço for reduzido para 5 horas, em que prazo essa equipe fará o mesmo trabalho?
Solução: montando a tabela:

Horas por dia	Prazo para término (dias)
8	20
5	x

Observe que: **Diminuindo** o número de horas trabalhadas por dia, o prazo para término **aumenta**.
Como as palavras são contrárias (diminuindo -aumenta), podemos afirmar que as grandezas são **inversamente proporcionais**. *Montando a proporção e resolvendo a equação temos:*

$$\frac{x}{20} = \frac{8}{5}$$

└───────────┬───────────> Invertemos os termos

$$5x = 20 \cdot 8$$
$$x = \frac{160}{5} = 32$$

Exercícios Propostos

1) Comprei 5 metros de tecido por R\$ 40,00. Quanto pagarei por 14 metros ?
a) R\$ 110,00 b) R\$ 112,00 c) R\$ 112,50 d) R\$ 100,00 e) R\$ 98,00

2) Com 12 operários podemos construir um muro em 4 dias. Quantos dias levarão 8 operários para fazer o mesmo muro?
a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

5) Uma máquina fabrica 5000 pregos em 2 horas. Quantos pregos ela fabricará em 7 horas?
a) 17000 b) 17600 c) 17500 d) 17700 e) 17300

6) Um ônibus com velocidade média de 60 km/h, fez um percurso em 4 horas. Quanto tempo levará, aumentando a velocidade média para 80 km/h ?
a) 7h b) 6h c) 5h d) 4h e) 3h

7) Uma torneira despeja em um tanque 50 litros de água em 20 minutos. Quantas horas levará para despejar 600 litros?
a) 4h b) 5h c) 6h d) 7h e) 8h

8) Para se obter 28 kg de farinha, são necessários 40 kg de trigo. Quantos quilogramas do mesmo trigo são necessários para se obter 7 kg de farinha?
a) 1 b) 8 c) 10 d) 9 e) 11

Respostas: 1) B 2) A 3) C 4) E 5) A 6) C 7) A 8) C



PORCENTAGEM

É frequente o uso de expressões que refletem acréscimos ou reduções em preços, números ou quantidades, sempre tomando por base 100 unidades. Alguns exemplos:

- A gasolina teve um aumento de 15%
- Significa que em cada R\$100 houve um acréscimo de R\$15,00
- O cliente recebeu um desconto de 10% em todas as mercadorias.
- Significa que em cada R\$100 foi dado um desconto de R\$10,00
- Dos jogadores que jogam no Grêmio, 90% são craques.
- Significa que em cada 100 jogadores que jogam no Grêmio, 90 são craques.

Razão centesimal

Toda a razão que tem para conseqüente o número 100 denomina-se **razão centesimal**. Alguns exemplos:

$$\frac{7}{100}, \frac{16}{100}, \frac{125}{100}, \frac{210}{100}$$

Podemos representar uma razão centesimal de outras formas:

$$\begin{aligned} \frac{7}{100} &= 0,07 = 7\% && \text{(lê-se "sete por cento")} \\ \frac{16}{100} &= 0,16 = 16\% && \text{(lê-se "dezesesseis por cento")} \\ \frac{125}{100} &= 1,25 = 125\% && \text{(lê-se "cento e vinte e cinco por cento")} \end{aligned}$$

As expressões 7%, 16% e 125% são chamadas **taxas centesimais** ou **taxas percentuais**.

Considere o seguinte problema:

João vendeu 50% dos seus 50 cavalos. Quantos cavalos ele vendeu?

Para solucionar esse problema devemos aplicar a taxa percentual (50%) sobre o total de cavalos.

$$50\% \text{ de } 50 = \frac{50}{100} \cdot 50 = \frac{2500}{100} = 25 \text{ cavalos}$$

Logo, ele vendeu 25 cavalos, que representa a **porcentagem** procurada.

Portanto, chegamos a seguinte definição: **Porcentagem** é o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

Exemplos:

Calcular 10% de 300.

$$10\% \text{ de } 300 = \frac{10}{100} \cdot 300 = 30$$

Calcular 25% de 200kg.

$$25\% \text{ de } 200 = \frac{25}{100} \cdot 200 = 50$$

Logo, 50kg é o valor correspondente à porcentagem procurada.

EXERCÍCIOS:

1) Um jogador de futebol, ao longo de um campeonato, cobrou 75 faltas, transformando em gols 8% dessas faltas. Quantos gols de falta esse jogador fez?

$$8\% \text{ de } 75 = \frac{8}{100} \cdot 75 = \frac{600}{100} = 6$$

Portanto o jogador fez 6 gols de falta.



2) Se eu comprei uma ação de um clube por R\$250,00 e a revendi por R\$300,00, qual a taxa percentual de lucro obtida?

Montamos uma equação, onde somando os R\$250,00 iniciais com a porcentagem que aumentou em relação a esses R\$250,00, resulte nos R\$300,00.

$$250 + 250 \cdot \frac{x}{100} = 300$$

$$2,5 \cdot x = 300 - 250$$

$$x = \frac{50}{2,5}$$

$$x = 20$$

Portanto, a taxa percentual de lucro foi de 20%.

Uma dica importante: o **FATOR DE MULTIPLICAÇÃO**.

Se, por exemplo, há um acréscimo de 10% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por **1,10**, que é o fator de multiplicação. Se o acréscimo for de 20%, multiplicamos por **1,20**, e assim por diante. Veja a tabela abaixo:

Acréscimo ou Lucro	Fator de Multiplicação
10%	1,10
15%	1,15
20%	1,20
47%	1,47
67%	1,67

Exemplo: Aumentando 10% no valor de R\$10,00 temos: $10 * 1,10 = \mathbf{R\$ 11,00}$

No caso de haver um decréscimo, o fator de multiplicação será:

Fator de Multiplicação = $1 - \text{taxa de desconto}$ (na forma decimal)

Veja a tabela abaixo:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	0,90
25%	0,75
34%	0,66
60%	0,40
90%	0,10

Exemplo: Descontando 10% no valor de R\$10,00 temos: $10 * 0,90 = \mathbf{R\$ 9,00}$

Exercícios Propostos

1) Calculando 20% de R\$ 700,00, encontramos;

a) 150 b) 140 c) 130 d) 120 e) 110

2) Seu João comprou um rádio por R\$ 85,00 e obteve um desconto de 12%. Quanto seu João pagou pelo rádio?

a) 70,00 b) 74,00 c) 74,80 d) 74,50 e) 75,00

3) Numa classe de 40 alunos, 36 foram aprovados. Qual foi a porcentagem dos aprovados?

a) 100% b) 95% c) 90% d) 85% e) 80%

4) Oito por cento dos vencimentos de um operário equivalem a R\$ 33,60. Calcule o total de seus vencimentos.

a) 390,00 b) 400,00 c) 410,00 d) 420,00 e) 430,00

5) Quanto é 40% de 40% ?

a) 10% b) 15% c) 16% d) 20% e) 25%

Respostas: 1) B 2) C 3) C 4) D 5) C



JUROS SIMPLES

No sistema de juros simples, o percentual é aplicado apenas sobre o valor inicial. Geralmente, o juro simples é usado em situações de curto prazo.

Podemos definir juros como o rendimento de uma aplicação financeira, valor referente ao atraso no pagamento de uma prestação ou a quantia paga pelo empréstimo de um capital. Atualmente, o sistema financeiro utiliza o regime de juros compostos, por ser mais lucrativo. Os juros simples eram utilizados nas situações de curto prazo, hoje não utilizamos a capitalização baseada no regime simples. Mas vamos entender como funcionava a capitalização no sistema de juros simples.

No sistema de capitalização simples, os juros são calculados baseados no valor da dívida ou da aplicação. Dessa forma, o valor dos juros é igual no período de aplicação ou composição da dívida. A expressão matemática utilizada para o cálculo das situações envolvendo juros simples é a seguinte:

$$J = C * i * t, \text{ onde}$$

$$J = \frac{Cit}{100}$$

J = juros

C = capital

i = taxa de juros

t = tempo de aplicação (mês, bimestre, trimestre, semestre, ano...)

$$M = C + J$$

M = montante final

C = capital

J = juros

Exemplo 1

Qual o valor do montante produzido por um capital de R\$ 1.200,00, aplicado no regime de juros simples a uma taxa mensal de 2%a.m, durante 10 meses?

Capital: 1200

i = 2% = 2/100 = 0,02 ao mês (a.m.)

t = 10 meses

$$J = C * i * t$$

$$J = 1200 * 0,02 * 10$$

$$J = 240$$

$$M = C + j$$

$$M = 1200 + 240$$

$$M = 1440$$

O montante produzido será de R\$ 1.440,00.

Exemplo 2

Um capital de R\$ 5.000,00 foi aplicado a uma taxa de juros mensais de 3% ao mês durante 12 meses. Determine o valor dos juros produzidos e do montante final da aplicação.

$$C = 5000,00$$

$$i = 3\% \text{ a.m}$$

$$t = 12 \text{ m}$$

$$J = ?$$

$$M = ?$$

$$J = \frac{Cit}{100} = \frac{5000 \cdot 3 \cdot 12}{100} = 1800,00$$

$$M = C + J$$

$$M = 5000 + 1800 = 6800,00$$

O montante final foi equivalente a R\$ 6.800,00, e os juros produzidos foram iguais a R\$ 1.800,00.



Exemplo 3

Determine o valor do capital que aplicado durante 14 meses, a uma taxa de 6%, rendeu juros de R\$ 2.688,00.

$$J = C * i * t$$

$$2688 = C * 0,06 * 14$$

$$2688 = C * 0,84$$

$$C = 2688 / 0,84$$

$$C = 3200$$

O valor do capital é de R\$ 3.200,00.

Exemplo 4

Qual o capital que, aplicado a juros simples de 1,5% ao mês, rende R\$ 3.000,00 de juros em 45 dias?

$$J = 3000$$

$$i = 1,5\% = 1,5/100 = 0,015$$

$$t = 45 \text{ dias} = 45/30 = 1,5$$

$$J = C * i * t$$

$$3000 = C * 0,015 * 1,5$$

$$3000 = C * 0,0225$$

$$C = 3000 / 0,0225$$

$$C = 133.333,33$$

O capital é de R\$ 133.333,33.

Exemplo 5

Qual foi o capital que, aplicado à taxa de juros simples de 2% ao mês, rendeu R\$ 90,00 em um trimestre?

$$J = C * i * t$$

$$90 = C * 0,02 * 3$$

$$90 = C * 0,06$$

$$C = 90 / 0,06$$

$$C = 1500$$

O capital corresponde a R\$ 1.500,00.

Exemplo 6

Qual o tempo de aplicação para que um capital dobre, considerando uma taxa mensal de juros de 2% ao mês, no regime de capitalização simples?

$$M = C * [1 + (i * t)]$$

$$2C = C * [1 + (0,02 * t)]$$

$$2C = C * 1 + 0,02t$$

$$2C/C = 1 + 0,02t$$

$$2 = 1 + 0,02t$$

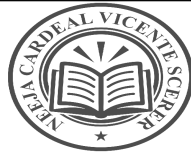
$$2 - 1 = 0,02t$$

$$1 = 0,02t$$

$$t = 1 / 0,02$$

$$t = 50$$

O tempo para que o capital aplicado a uma taxa mensal de 2% dobre é de 50 meses.



Exercícios

- 1) Calcular os juros produzidos por um capital de R\$ 5.000,00 empregados à taxa de 90% ao ano, durante 2 anos.
a) 8000,00 b) 8500,00 c) 8900,00 d) 9000,00 e) 9500,00
- 2) Calcular os juros produzidos por um capital de R\$ 10.000,00 empregados à taxa de 3% ao mês, durante um ano.
a) 3600,00 b) 3500,00 c) 3400,00 d) 3200,00 e) 3000,00
- 3) Qual o capital que, em 4 meses, rendeu R\$ 11.520,00 de juros à taxa de 96% ao ano?
a) 30.000,00 b) 32.000,00 c) 36.000,00 d) 39.000,00 e) 40.000,00
- 4) Durante quanto tempo ficou empregado um capital de R\$ 45.000,00, que rendeu RS 8.100,00 de juros, à taxa de 2% ao mês ?
a) 5mesesb) 6 mesesc) 7meses d) 8 meses e) 9 meses
- 5) Calcule o Montante produzido pelo capital de R\$ 50.000,00, durante 2 anos a uma taxa de 30% ao ano.
a) 80.000,00 b) 82.000,00 c) 85.000,00 d) 90.000,00 e) 95.000,00
- 6) Qual será o capital que, em 9 meses, a 6% ao mês, renderá R\$ 32.400,00 de juros?
a) 60.000,00 b) 65.000,00 c) 67.000,00 d) 68.000,00 e) 69.000,00
- 7) A que taxa mensal devo empregar um capital de R\$ 10.000,00, para que, no fim de 2 meses , renda R\$ 4.200,00 de juros?
a) 10% b) 12% c) 15% d) 20% e) 21%

Respostas:

- 1) D2) A 3) C 4) E 5) A 6) A 7) E

Medidas de superfície

As medidas de superfície fazem parte de nosso dia a dia e respondem a nossas perguntas mais corriqueiras do cotidiano:

- Qual a área desta sala?
- Qual a área desse apartamento?
- Quantos metros quadrados de azulejos são necessários para revestir essa piscina?
- Qual a área dessa quadra de futebol de salão?
- Qual a área pintada dessa parede?

Superfície e área

Superfície é uma grandeza com duas dimensões, enquanto área é a medida dessa grandeza, portanto, um número.

Metro Quadrado

A unidade fundamental de superfície chama-se metro quadrado.

O metro quadrado (m^2) é a medida correspondente à superfície de um quadrado com 1 metro de lado.

Múltiplos			Unidade Fundamental	Submúltiplos		
quilômetros quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1.000.000m^2$	$10.000m^2$	$100m^2$	$1m^2$	$0,01m^2$	$0,0001m^2$	$0,000001m^2$

O dam^2 , o hm^2 e km^2 são utilizados para medir grandes superfícies, enquanto o dm^2 , o cm^2 e o mm^2 são utilizados para pequenas superfícies.



Exemplos:

1) Leia a seguinte medida: $12,56\text{m}^2$

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
			12,	56		

Lê-se “12 metros quadrados e 56 decímetros quadrados”. Cada coluna dessa tabela corresponde a uma unidade de área.

2) Leia a seguinte medida: $178,3\text{m}^2$

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		1	78,	30		

Lê-se “178 metros quadrados e 30 decímetros quadrados”

3) Leia a seguinte medida: $0,917\text{dam}^2$

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		0,	91	70		

Lê-se 9.170 decímetros quadrados.

Medidas Agrárias

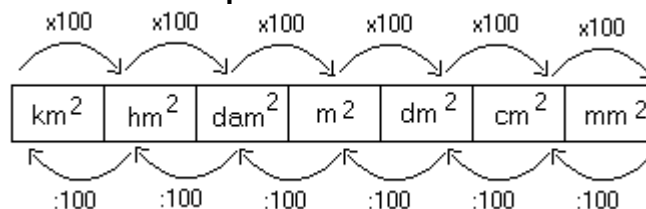
As medidas agrárias são utilizadas para medir superfícies de campo, plantações, pastos, fazendas, etc. A principal unidade destas medidas é o **are** (a). Possui um múltiplo, o hectare (ha), e um submúltiplo, o centiare (ca).

Unidade agrária	hectare (ha)	are (a)	centiare (ca)
Equivalência de valor	100a	1a	0,01a

Lembre-se:
 $1\text{ha} = 1\text{hm}^2$
 $1\text{a} = 1\text{dam}^2$
 $1\text{ca} = 1\text{m}^2$

Transformação de unidades

No sistema métrico decimal, devemos lembrar que, na transformação de unidades de superfície, **cada unidade de superfície é 100 vezes maior que a unidade imediatamente inferior:**



Observe as seguintes transformações: transformar $2,36\text{m}^2$ em mm^2 .

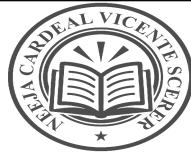
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
---------------	---------------	----------------	--------------	---------------	---------------	---------------

Para transformar m^2 em mm^2 (**três** posições à **direita**) devemos multiplicar por 1.000.000 ($100 \times 100 \times 100$).
 $2,36 \times 1.000.000 = 2.360.000\text{mm}^2$

transformar $580,2\text{dam}^2$ em km^2 .

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
---------------	---------------	----------------	--------------	---------------	---------------	---------------

Para transformar dam^2 em km^2 (**duas** posições à **esquerda**) devemos dividir por 10.000 (100×100).
 $580,2 : 10.000 = 0,05802\text{km}^2$



Números decimais

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{10}, & \frac{4}{100}, & \frac{19}{1000}, & \frac{48}{10000} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 10^1 & 10^2 & 10^3 & 10^4 \end{array}$$

Os denominadores são potências de 10.

Assim: Denominam-se **frações decimais**, todas as frações que apresentam potências de 10 no denominador.

Exercícios:

Efetue as seguintes transformações:

- a) 5 m² em dm²
- b) 12 km² em dam²
- c) 13,34 dam² em m²
- d) 457 dm² em m²
- e) 655 dam² em km²
- f) 4,57 m² em dam²
- g) 4,44 dm² em mm²
- h) 0,054dam² em dm²
- i) 3,1416m² em cm²
- j) 0,081 mm² em cm²

Respostas

- 1) a) 500 dm² b) 120.000 dam² c) 1334 m² d) 4,57 m² e) 0,0655 km² f) 0,0457 dam²
g) 44400 mm² h) 540 dm² i) 31416 cm² j) 0,00081 cm²

Medidas de massa

Observe a distinção entre os conceitos de corpo e massa:

Massa é a quantidade de matéria que um corpo possui, sendo, portanto, constante em qualquer lugar da terra ou fora dela.

Peso de um corpo é a força com que esse corpo é atraído (gravidade) para o centro da terra. Varia de acordo com o local em que o corpo se encontra. Por exemplo:

A massa do homem na Terra ou na Lua tem o mesmo valor. O peso, no entanto, é seis vezes maior na terra do que na lua.

Explica-se esse fenômeno pelo fato da gravidade terrestre ser 6 vezes superior à gravidade lunar.

Obs: A palavra *grama*, empregada no sentido de "unidade de medida de massa de um corpo", é um substantivo masculino. Assim 200g, lê-se "**duzentos gramas**".

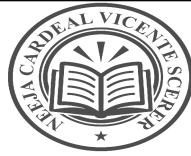
Quilograma

A unidade fundamental de massa chama-se **quilograma**. O quilograma (kg) é a massa de 1dm³ de água destilada à temperatura de 4°C.

Apesar de o quilograma ser a unidade fundamental de massa, utilizamos na prática o **grama** como unidade principal de massa.

Múltiplos e Submúltiplos do grama

Múltiplos			Unidade principal	Submúltiplos		
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1.000g	100g	10g	1g	0,1g	0,01g	0,001g



Observe que cada unidade de volume é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior.
Exemplos:

$$\begin{aligned}1 \text{ dag} &= 10 \text{ g} \\1 \text{ g} &= 10 \text{ dg}\end{aligned}$$

Medidas de massa

Relações Importantes

Podemos relacionar as medidas de massa com as medidas de volume e capacidade.

Assim, para a **água pura** (destilada) a uma temperatura de **4°C** é válida a seguinte equivalência:

$$1 \text{ kg} \Leftrightarrow 1 \text{ dm}^3 \Leftrightarrow 1 \text{ L}$$

São válidas também as relações:

$$1 \text{ m}^3 \Leftrightarrow 1 \text{ Kl} \Leftrightarrow 1 \text{ t}$$

$$1 \text{ cm}^3 \Leftrightarrow 1 \text{ ml} \Leftrightarrow 1 \text{ g}$$

Observação:

Na medida de grandes massas, podemos utilizar ainda as seguintes unidades especiais:

$$1 \text{ arroba} = 15 \text{ kg}$$

$$1 \text{ tonelada (t)} = 1.000 \text{ kg}$$

$$1 \text{ megaton} = 1.000 \text{ t ou } 1.000.000 \text{ kg}$$

Leitura das Medidas de Massa

A leitura das medidas de massa segue o mesmo procedimento aplicado às medidas lineares.

Exemplos:

- Leia a seguinte medida: 83,732 hg

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
8	3,	7	3	1		

Lê-se "83 hectogramas e 731 decigramas".

- Leia a medida: 0,043g

Exercícios:

Efetue as seguintes transformações:

- 2,5 mg em g
- 9,56 dg em mg
- 0,054 hg em cg
- 54 dag em dg
- 2,45 kg em hg
- 2,6 g em kg

Respostas:

- a) 0,0025 g b) 956 mg c) 540 cg d) 5400 dg e) 24,5 hg f) 0,0026 kg

Medidas de tempo

É comum em nosso dia-a-dia pergunta do tipo:

Qual a duração dessa partida de futebol?

Qual o tempo dessa viagem?

Qual a duração desse curso?

Qual o melhor tempo obtido por esse corredor?

Todas essas perguntas serão respondidas tomando por base uma unidade padrão de medida de tempo. A unidade de tempo escolhida como padrão no Sistema Internacional (SI) é o **segundo**.



Segundo

O Sol foi o primeiro relógio do homem: o intervalo de tempo natural decorrido entre as sucessivas passagens do Sol sobre um dado meridiano dá origem ao dia solar.

1

O segundo (s) é o tempo equivalente a $\frac{1}{86.400}$ do dia solar médio.
As medidas de tempo não pertencem ao Sistema Métrico Decimal.

Múltiplos e Submúltiplos do Segundo

Quadro de unidades

Múltiplos		
minutos	hora	dia
min	h	d
60 s	60 min = 3.600 s	24 h = 1.440 min = 86.400s

São submúltiplos do segundo:
décimo de segundo
centésimo de segundo
milésimo de segundo

Cuidado: Nunca escreva 2,40h como forma de representar 2 h 40 min. Pois o sistema de medidas de tempo não é decimal.
Observe:

$$2,40 \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{40}{100} \text{ h} = 2 \text{ h e } 24 \text{ minutos}$$
$$\frac{40}{100} \cdot 60 \text{ minutos} = 24 \text{ minutos}$$

Exercícios:

Responda:

- Uma hora tem quantos segundos?
- Um dia tem quantos segundos?
- Uma semana tem quantas horas?
- Quantos minutos são 3h45min?
- Uma década tem quantos anos?
- Quantos minutos 5h05min?
- Quantos minutos se passaram das 9h50min até as 10h35min?
- Quantos segundos tem 35min?
- Quantos minutos tem 12 horas?

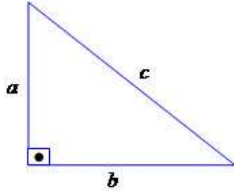
Respostas: a) 3600 seg. b) 86400 seg. c) 168 h d) 225 mime) 10 anos f) 305 min g) 45 min h) 2100 min i) 720 min



TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras é considerado uma das principais descobertas da Matemática, ele descreve uma relação existente no triângulo retângulo. Vale lembrar que o triângulo retângulo pode ser identificado pela existência de um ângulo reto, isto é, medindo 90° . O triângulo retângulo é formado por dois catetos e a hipotenusa, que constitui o maior segmento do triângulo e é localizada oposta ao ângulo reto. Observe:

Catetos: a e b
Hipotenusa: c



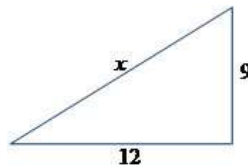
O Teorema diz que: “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.”

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Exemplo 1

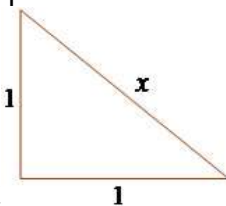
Calcule o valor do segmento desconhecido no triângulo retângulo a seguir.

$$\begin{aligned}x^2 &= 9^2 + 12^2 \\x^2 &= 81 + 144 \\x^2 &= 225 \\\sqrt{x^2} &= \sqrt{225} \\x &= 15\end{aligned}$$



Foi através do Teorema de Pitágoras que os conceitos e as definições de números irracionais começaram a ser introduzidos na Matemática. O primeiro irracional a surgir foi $\sqrt{2}$, que apareceu ao ser calculada a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos medindo 1. Veja:

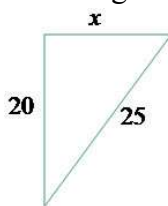
$$\begin{aligned}x^2 &= 1^2 + 1^2 \\x^2 &= 1 + 1 \\x^2 &= 2 \\\sqrt{x^2} &= \sqrt{2} \\x &= \sqrt{2} \\\sqrt{2} &= 1,41421\end{aligned}$$



Exemplo 2

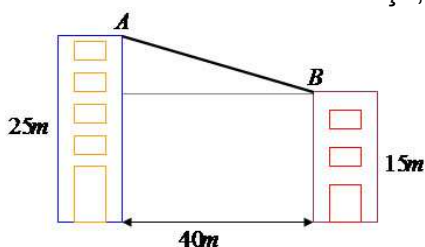
Calcule o valor do cateto no triângulo retângulo abaixo:

$$\begin{aligned}x^2 + 20^2 &= 25^2 \\x^2 + 400 &= 625 \\x^2 &= 625 - 400 \\x^2 &= 225 \\\sqrt{x^2} &= \sqrt{225} \\x &= 15\end{aligned}$$



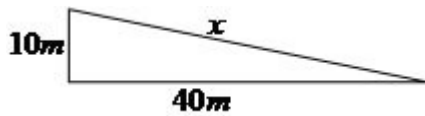
Exemplo 3

Um ciclista acrobático vai atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial, percorrendo a distância sobre um cabo de aço, como demonstra o esquema a seguir:





Qual é a medida mínima do comprimento do cabo de aço?



Pelo Teorema de Pitágoras temos:

$$x^2 = 10^2 + 40^2$$

$$x^2 = 10^2 + 1600$$

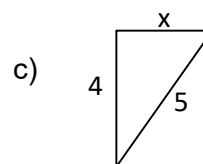
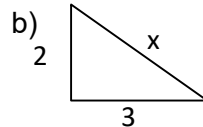
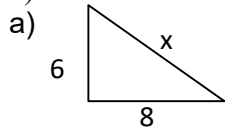
$$x^2 = 100 + 1600$$

$$x^2 = 1700$$

$$x = 41,23 \text{ (aproximadamente)}$$

Exercícios:

1) Calcule x.



2) Um avião percorre a distância de 5.000 metros na posição inclinada, e em relação ao solo, percorreu 3.000 metros. Determine a altura do avião.

3) Uma escada de 12 metros de comprimento está apoiada sobre um muro. A base da escada está distante do muro cerca de 8 metros. Determine a altura do muro.

4) Calcule a metragem de arame utilizado para cercar um terreno triangular com as medidas perpendiculares de 60 e 80 metros, considerando que a cerca de arame terá 4 fios.

Respostas:

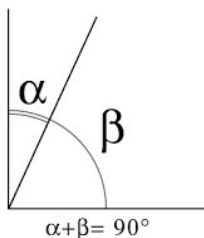
1) a) 10 b) $2\sqrt{2}$ c) 3) 4.000 metros 3) $4\sqrt{5} = 8,94$ 4) 960 metros

ÂNGULOS

Ângulos: Complementares e Suplementares

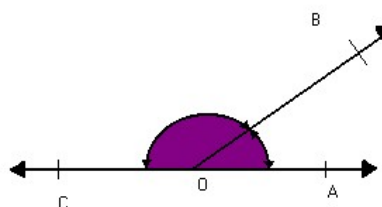
Ângulos Complementares e Suplementares:

Dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas é igual a 90° .



ÂNGULOS SUPLEMENTARES

Observe os ângulos $\widehat{AÔB}$ e $\widehat{BÔC}$ na figura abaixo:





As semi-retas OA e OC formam um ângulo raso.
Verifique que:

$$m(A\hat{O}B) + m(B\hat{O}C) = 180^\circ$$

Nesse caso, dizemos que os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são **suplementares**.

Assim: Dois ângulos são **suplementares** quando a soma de suas medidas é 180° .

Exemplo:

Os ângulos que medem 82° e 98° são suplementares, pois $82^\circ + 98^\circ = 180^\circ$.

Dizemos que o ângulo de 82° é o suplemento do ângulo de 98° , e vice-versa.

Para calcular a **medida do suplemento** de um ângulo, devemos determinar a diferença entre 180° e a medida do ângulo dado.

Medida do ângulo	Suplemento
X	$180^\circ - X$

Exemplo:

- Qual a medida do suplemento de um ângulo de 55° ?

Solução

Medida do suplemento = 180° - medida do ângulo

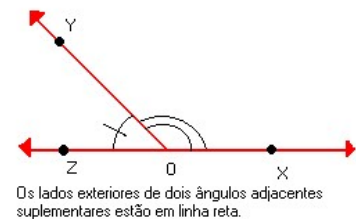
Medida do suplemento = $180^\circ - 55^\circ$

Medida do suplemento = 125°

Logo, a medida do suplemento do ângulo de 55° é 125° .

Observação:

Os ângulos $X\hat{O}Y$ e $Y\hat{O}Z$ da figura ao lado, além de suplementares, são também adjacentes. Dizemos que esses ângulos são **adjacentes suplementares**.



OPERAÇÕES COM MEDIDAS DE ÂNGULOS

Observe alguns exemplos de como adicionar medidas de ângulos:

Adição

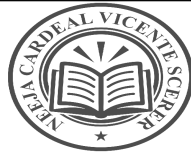
- $30^\circ 48' + 45^\circ 10'$
- $43^\circ 18' 20'' + 25^\circ 20' 30''$

$$\begin{array}{r} 30^\circ 48' \\ + 45^\circ 10' \\ \hline 75^\circ 58' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43^\circ 18' 20'' \\ + 25^\circ 20' 30'' \\ \hline 68^\circ 38' 50'' \end{array}$$

- $10^\circ 36' 30'' + 23^\circ 45' 50''$

$$\begin{array}{r} 10^\circ 36' 30'' \\ + 23^\circ 45' 50'' \\ \hline 33^\circ 81' 80'' \end{array}$$



Simplificando $33^{\circ}81'80''$, obtemos:

$$\begin{array}{r}
 33^{\circ}81'80'' \\
 + \quad 1'20'' \\
 \hline
 33^{\circ}82'20'' \\
 + 1^{\circ}22' \\
 \hline
 34^{\circ}22'20''
 \end{array}$$

$(80'' = 1'20'')$
 $(82' = 1^{\circ}22')$

Logo, a soma é $34^{\circ}22'20''$.

Subtração

Observe os exemplos:

- $70^{\circ}25' - 30^{\circ}15'$

$$\begin{array}{r}
 70^{\circ}25' \\
 - 30^{\circ}15' \\
 \hline
 40^{\circ}10'
 \end{array}$$

- $38^{\circ}45'50'' - 27^{\circ}32'35''$

$$\begin{array}{r}
 38^{\circ}45'50'' \\
 - 27^{\circ}32'35'' \\
 \hline
 11^{\circ}13'15''
 \end{array}$$

$$90^{\circ} - 35^{\circ}49'46''$$

$$\begin{array}{r}
 90^{\circ} \\
 - 35^{\circ}49'46'' \\
 \hline
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 89^{\circ}59'60'' \\
 - 35^{\circ}49'46'' \\
 \hline
 54^{\circ}10'14''
 \end{array}
 \longrightarrow (90^{\circ} = 89^{\circ}60' = 89^{\circ}59'60'')$$

Observe que:

$$80^{\circ}48'30'' = 80^{\circ}47'90'' = 79^{\circ}107'90''$$

Retiramos 1' dos 48' e adicionamos 60'' aos 30'' já existentes.
 Retiramos 1° dos 80° e adicionamos 60' aos 47' já existentes.

$$\begin{array}{r}
 79^{\circ}107'90'' \\
 - 70^{\circ}58'55'' \\
 \hline
 9^{\circ}49'35''
 \end{array}$$

Logo, a diferença é $9^{\circ}49'35''$.



Exercícios:

1) Escreva simbolicamente:

- a) 30 graus
- b) 42 graus e 54 minutos
- c) 54 graus, 38 minutos e 12 segundos

2) Responda:

- a) Um grau é igual a quantos minutos?
- b) Um minuto é igual a quantos segundos?
- c) Um grau é igual a quantos segundos?

3) Transforme em minutos:

Ex; $2^{\circ} 17' = 2 \times 60' + 17' = 137'$

- a) $5^{\circ} 7'$
- b) $7^{\circ} 12'$

4) Transforme em graus e minutos;

Ex; $75' = 1^{\circ} 15'$ (divide por 60,obtem os graus o resto serão os minutos)

- a) $90'$
- b) $385'$

5) Escreva as medidas na forma mais simples:

Ex ; $39^{\circ} 75' = 40^{\circ} 15'$

- a) $30^{\circ} 80'$
- b) $57^{\circ} 100'$
- c) $42^{\circ} 160'$

6) Calcule as operações com ângulos:

- a) $49^{\circ} + 65^{\circ}$
- b) $58^{\circ} + 17^{\circ} 19'$
- c) $21^{\circ} 15' 40'' + 7^{\circ} 12' 5''$
- d) $31^{\circ} 45' 50'' + 13^{\circ} 20' 40''$
- e) $42^{\circ} - 17^{\circ}$
- f) $48^{\circ} 50' - 27^{\circ} 10'$
- g) $30^{\circ} - 18^{\circ} 10'$

7) Quais os ângulos complementares dos seguintes ângulos.

- a) 38°
- b) 46°

8) Quais os ângulos suplementares dos seguintes ângulos.

- a) 110°
- b) 74°

Respostas:

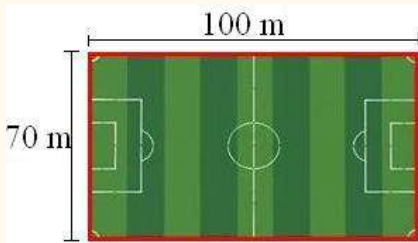
- 1) a) 30° b) $42^{\circ} 54'$ c) $54^{\circ} 38' 12''$
- 2) a) $60'$ b) $60''$ c) $3600''$
- 3) a) $307'$ b) $432'$
- 4) a) $1^{\circ} 30'$ b) $6^{\circ} 25'$
- 5) a) $31^{\circ} 20'$ b) $58^{\circ} 40'$ c) $44^{\circ} 40'$
- 6) a) 114° b) $75^{\circ} 19'$ c) $28^{\circ} 27' 45''$ d) $55^{\circ} 06' 30''$ e) 25° f) $21^{\circ} 40'$ g) $11^{\circ} 50'$
- 7) a) 52° b) 44°
- 8) a) 70° b) 106°



POLIGONOS: ÁREA E PERÍMETRO

Perímetro e área

Perímetro: O Perímetro é a medida do comprimento de um contorno, ou seja é a soma das medidas dos lados de um polígono. Observe um campo de futebol, o perímetro dele é o seu contorno que está de vermelho.



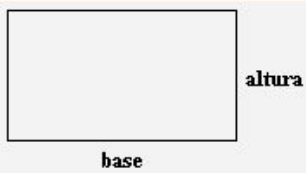
Pra fazermos o cálculo do perímetro devemos somar todos os seus lados:

$$P = 100 + 70 + 100 + 70$$

$$P = 340 \text{ m}$$

Área: A Área é a região plana interna delimitada pelos lados de um polígono. Tal conceito é amplamente usado no dia-a-dia, como na medição de um terreno, na delimitação de um espaço, entre outros. O valor da área de um polígono varia de acordo com seu formato. Cada polígono tem uma forma peculiar para calcular sua área. Exemplificaremos alguns conhecidos, tais como: retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo, trapézio, losango e círculo.

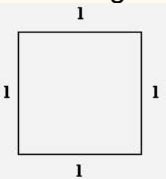
Retângulo: Já sabemos que o retângulo possui dois lados iguais chamados de base e outros dois lados iguais chamados de altura. Para sabermos o valor da área de um retângulo (A), devemos multiplicar a medida da base (b) pela medida da altura (h).



$$A = b \times h$$

$$P = 2b + 2h$$

Quadrado: No quadrado, podemos aplicar o mesmo raciocínio usado para calcular a área do retângulo, multiplicando a medida da base pela medida da altura, mas, como no quadrado a medida de todos os lados é igual (l):

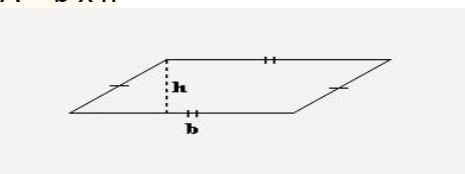


$$A = l \times l \text{ ou } A = l^2$$

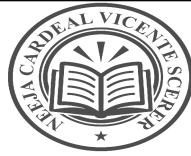
$$P = l + l + l + l \text{ ou } P = 4l$$

Paralelogramo: Se observarmos a figura ao lado, podemos notar que o paralelogramo é semelhante a um retângulo com os lados inclinados. Se tirarmos uma das partes inclinadas do paralelogramo e a enxertarmos no outro lado, formaremos um retângulo. Assim, a área do paralelogramo é calculado da mesma forma da área do retângulo, ou seja, multiplica-se o valor da base (b) pelo valor da altura (h).

$$A = b \times h$$

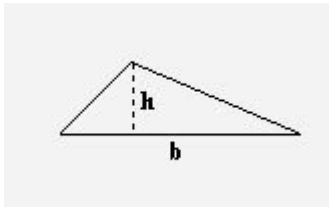


$$A = b \cdot h$$



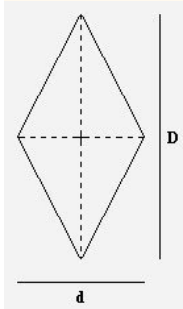
Triângulo: No caso do triângulo, pode-se notar que ele é exatamente metade de um retângulo, portanto, num retângulo cabem dois triângulos, ambos de mesma área. Por conseguinte, a área do triângulo é metade da área do retângulo, ou seja:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



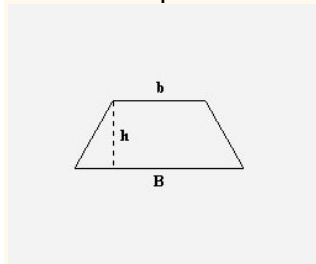
Losango: Ao traçar as diagonais, maior (D) e menor (d) do losango, o dividimos em quatro triângulos de áreas iguais, onde cada um tem a oitava parte da área do retângulo de base igual ao valor da diagonal menor do losango e de altura igual ao valor da diagonal maior. Logo, a área do losango é igual a quatro vezes a área de um dos quatro triângulos, resultando na metade da área desse retângulo. Portanto:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$



Trapézio: Dado um trapézio, como o da figura ao lado, contendo a base menor (b), a base maior (B) e a altura (h). Se ao lado desse trapézio colocarmos um segundo trapézio, idêntico ao primeiro, mas invertido, ou seja, sua base menor voltada para cima e sua base maior voltada para baixo, formaremos um paralelogramo de base igual à soma das bases do trapézio e de mesma altura do trapézio. Assim, encontramos a área desse paralelogramo multiplicando sua base pela altura. Note que o valor achado é igual a área dos dois trapézios idênticos. Portanto, para calcular a área do trapézio, basta dividir o valor encontrado para a área do paralelogramo.

$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$

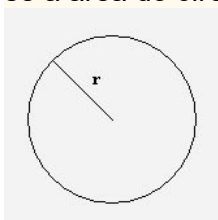


Círculo: Considere um círculo de raio r . Divida-o em várias partes iguais, corte-o de forma que os pedaços sejam de formato triangular e abra a figura, formando um retângulo de base igual a $2 \times (\pi) \times r$ e altura igual ao próprio raio r do círculo. Portanto a área desse retângulo é achada multiplicando sua base pela altura. Deve-se notar que a área desse retângulo é o dobro da área do círculo, sendo assim, achase a área do círculo dividindo a área do retângulo por 2.

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$C = 2 \pi r$$

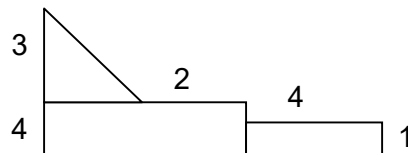
$$\text{Onde } \pi = 3,14$$





Exercícios:

- 1) Sabendo-se que o perímetro de um retângulo é 60 cm e o comprimento desse retângulo é de 22 cm. Defina a largura do retângulo.
- 2) Qual a área e perímetro de um campo de futebol, de base 25m e altura 5m?
- 3) Qual a área e perímetro do losango de diagonal maior 8cm e diagonal menor 4cm e lado 8cm.
- 4) Qual a medida de um quadrado sabendo-se que o número que representa o seu perímetro é o mesmo que representa a sua área.
- 5) Uma escola pretende ladrilhar o seu pátio retangular, que possui as seguintes dimensões: 4m e 5,5m. Os ladrilhos utilizados são quadrados com 16cm de lado. Calcule o número de ladrilhos necessários.
- 6) Sabendo que a área de um quadrado é 36cm^2 . Qual o seu perímetro?
- 7) Calcule a área e comprimento do círculo cujo raio mede 4cm. Usar $\pi=3,14$
- 8) Calcule a área de um círculo cujo raio mede 1,5cm. Usar $\pi=3,14$
- 9) Calcule a área de um círculo cujo diâmetro mede 6cm. Usar $\pi= 3,14$
- 10) Calcule a área de um triângulo cuja base mede 8cm e a altura 3cm
- 11) Num triângulo, a base mede 14 cm e a altura é a metade da base. Calcule a área do triângulo.
- 12) Calcule a área da figura:



Respostas:

- 1) 8cm 2) $A = 125\text{m}^2$ e $P= 60\text{m}$ 3) $A = 16\text{m}^2$ e $P= 32\text{m}$ 4) 4 5) 859 ladrilhos
6) 24cm 7) $A= 50,24\text{cm}^2$ e $C= 25,12\text{cm}$ 8) $A = 9,42 \text{ cm}$ 9) 28,26cm 10) 12cm^2
11) 49cm^2 12) 34

Bibliografia:

Praticando Matemática: 5ª,6ª,7ª,8ª/ AlvaroAndrine-editora do Brasil

Sites: Mundo da Educação

Brasil Escola

Só Matemática